

طراحی کنترل کننده سویچینگ فیدبک خروجی دینامیکی H_2/H_∞ با سرپرست فازی

فاطمه جمشیدی^۱، مهدی قاسم مقدم^۲، محمد تقی حمیدی بهشتی^۳، امین رضایی منش^۴
 ۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی برق- کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، fjamshidi59@yahoo.com
 ۲- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی برق- کنترل، دانشگاه تربیت مدرس، mgmoghadam@gmail.com
 ۳- استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه تربیت مدرس، mthb@yahoo.com
 ۴- کارشناس ارشد الکترونیک، شرکت نفت فلات قاره arezaeem@yahoo.com

چکیده

در این مقاله، طراحی کنترل کننده کلیدزنی H_2/H_∞ بررسی شده که به حداقل حد روی عملکردهای H_2 و H_∞ منجر می‌گردد. سرپرست فازی ترکیب دو کنترل کننده را مدیریت کرده و به ساختاری منجر می‌گردد که از مزایای هر دو کنترل کننده بهره گرفته است. ساختار پیشنهادی، عملکرد خوب، هم در حالت گذرا (H_2) و هم در حالت ماندگار (H_∞) را تضمین می‌نماید و از روش نامساوی‌های ماتریسی خطی قابل حل است. با استفاده از توابع لیاپانوف چندگانه پایداری اثبات شده و علیرغم تغییر ساختار، سیستم پایدار مطلق باقی می‌ماند. طرح هوشمند پیشنهادی به دلیل استفاده از کنترل کننده‌های مجزا و حذف قید تابع لیاپانوف مشترک، از محافظه کاری و پیچیدگی کمتری در مقایسه با روش‌های متداول H_2/H_∞ مبتنی بر تابع لیاپانوف مشترک برخوردار است. نتایج حاصل از روش‌های متداول کنترل H_2/H_∞ نیز به سادگی از روش پیشنهادی قابل محاسبه است.

واژه‌های کلیدی

پایداری، سرپرست فازی، سیستم‌های کلیدزنی، کنترل H_2/H_∞ ، نامساوی‌های ماتریسی خطی.

۱- مقدمه

گاهی در مسایل واقعی مهندسی کنترل لازم است نیازهای مغایری همچون حذف اغتشاش و مقاوم بودن در برابر شرایط متغیر و عدم قطعیت‌های سیستم، برآورده گردد که به مسایل سنتز چند منظوره که چندین عملکرد را همزمان تامین می‌کنند، منجر می‌شود. کنترل H_2/H_∞ یک روش مهم در کنترل مقاوم است و به طراحی کنترل کننده‌ای می‌پردازد که عملکرد H_2 سیستم را حداقل می‌کند در حالی که عملکرد H_∞ معینی را تضمین می‌نماید و در مقایسه با کنترل H_∞ خالص در کاربردهای مهندسی همچون کنترل توان اتفاقی در سیستم‌های CDMA و حذف اغتشاش در درایوهای دیسک سخت جذاب تر است. چرا که H_∞ یک عملکرد بدترین حالت است که محافظه کارانه خواهد بود. در حالی که

H_2/H_∞ عملکرد میانگینی را با تضمین عملکرد بدترین حالت حداقل می‌سازد [۱ و ۲].

سیستم‌های دینامیکی هابیرید شامل دینامیک‌های پیوسته و گسسته و مکانیزم (سرپرستی) هستند که تقابل میان این دینامیک‌ها را مدیریت می‌کند. امروزه، ترکیب تکنیک‌های مختلف برای رسیدن به بهترین عملکرد به طور گسترده‌ای به کار می‌رود [۳] و مراجع آن را ببینید. در اینجا از سرپرست فازی برای مدیریت ترکیب دو کنترل کننده (H_2 و H_∞) استفاده شده است. کلید زنی به کندی صورت می‌گیرد و با تکامل سیستم میان مودهای متوالی حالت گذرا و مانا ارتباط دارد.

به منظور اجتناب از مسائل ناپایداری و کنترل ناپذیری ناشی از

گاهی در مسایل واقعی مهندسی کنترل لازم است نیازهای مغایری همچون حذف اغتشاش و مقاوم بودن در برابر شرایط متغیر و عدم قطعیت‌های سیستم، برآورده گردد که به مسایل سنتز چند منظوره که چندین عملکرد را همزمان تامین می‌کنند، منجر می‌شود. کنترل H_2/H_∞ یک روش مهم در کنترل مقاوم است و به طراحی کنترل کننده‌ای می‌پردازد که عملکرد H_2 سیستم را حداقل می‌کند در حالی که عملکرد H_∞ معینی را تضمین می‌نماید و در مقایسه با کنترل H_∞ خالص در کاربردهای مهندسی همچون کنترل توان اتفاقی در سیستم‌های CDMA و حذف اغتشاش در درایوهای دیسک سخت جذاب تر است. چرا که H_∞ یک عملکرد بدترین حالت است که محافظه کارانه خواهد بود. در حالی که

خروجی کنترل کننده و $y \in \mathbb{R}^q$ ، سیگنال خروجی اندازه‌گیری شده است. فرضیات لازم برای کنترل H_2 و H_∞ صادق می‌باشند. سیستم کنترل شده حلقه بسته با دیاگرام استاندارد شکل (۱) نمایش داده می‌شود.

نمایش فضای حالت کنترل کننده K به صورت زیر است:

$$K \begin{cases} \dot{\zeta} = A_K \zeta + B_K y \\ u = C_K \zeta + D_K y \end{cases} \quad (2)$$

و نمایش فضای حالت سیستم حلقه بسته $(P*K)$ به صورت زیر است:

$$T = P * K \begin{cases} \dot{x}_{cl} = A_{cl} x_{cl} + B_{cl} w \\ z = C_{cl} x_{cl} + D_{cl} w \end{cases} \quad (3)$$

که

$$\left(\begin{array}{c|c} A_{cl} & B_{cl} \\ \hline C_{cl} & D_{cl} \end{array} \right) =$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} A + BD_K C & BC_K & B_w + BD_K D_w \\ B_K C & A_K & B_K D_w \\ \hline C_z + D_z D_K C & D_z C_K & D_{z_w} + D_z D_K D_w \end{array} \right)$$

و

$$B_j := B_w R_j \quad C_j := L_j C_z \quad D_j := L_j D_{z_w} R_j \\ E_j := L_j D_z \quad F_j := D_w R_j$$

به سادگی می‌توان تحقیق کرد که تحقق

$$T_j(s) = L_j T(s) R_j$$

$$\left(\begin{array}{c|c} A_{cl} & B_j \\ \hline C_j & D_j \end{array} \right) := \left(\begin{array}{c|c} A_{cl} & BR_j \\ \hline L_j C & L_j DR_j \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|c} A + BD_K C & BC_K & B_w + BD_K F_j \\ B_K C & A_K & B_K F_j \\ \hline C_j + E_j D_K C & E_j C_K & D_j + E_j D_K F_j \end{array} \right)$$

$T_j(s)$ تابع تبدیل از w_j (ورودی خارجی) به z_j (خروجی

کنترل شده)، برای بیان اهداف عملکردی مختلف و مقاوم بودن به کار می‌رود ($w = R_j w_j$, $z_j = L_j z$) [۴].

معیار عملکردی H_2/H_∞ مد نظر است:

شاخص عملکرد H_∞ ($\|T_1\|_\infty$) باید حداقل گردد. این شاخص برای اهدافی نظیر حذف اغتشاش، تعقیب ورودی، مصرف انرژی کم، پهنای باند محدود، خطای کنترل حالت مانای کم و اعمال پایداری مقاوم مناسب است و زمانی به کار می‌رود که انرژی یا نرم l_2 ورودی و خروجی قابل اندازه‌گیری باشد و بهره ورودی-خروجی را برای برای سیگنال ورودی با انرژی یا rms محدود اندازه‌گیری می‌نماید.

پدیده پرش، کلیدزنی ناگهانی در این طرح کنترلی به کار نمی‌رود. سرپرست، ترکیب مناسبی میان دو کنترل کننده در هر مود تعیین می‌کند و پایداری مطلق سیستم حلقه بسته با استفاده از روش پیشنهادی در تئوری سیستم‌های کلیدزنی بر اساس توابع لیاپانوف چندگانه اثبات می‌گردد [۴].

در مقاله حاضر، از روش طراحی [۵]، برای استخراج کنترل کننده‌هایی که معیارهای از پیش تعیین شده H_2 و H_∞ را برآورده می‌سازند، استفاده شده است. از سرپرست فازی برای ترکیب هابرید کنترل کننده‌های H_2 و H_∞ استفاده نموده‌ایم تا از مزایای هر دو استفاده نموده عملکرد مطلوب را تضمین نماییم. ترکیب کنترل کننده‌های H_2 و H_∞ با استفاده از سرپرست، که گذر کند از یک کنترل کننده به دیگری را مدیریت می‌کند، نوآوری روش پیشنهادی است. سیگنال کنترلی جمع وزن دار سیگنال‌های کنترلی کنترل کننده‌های H_2 و H_∞ است. جمع وزن دار توسط سرپرست فازی مدیریت می‌شود و به گونه‌ای تنظیم می‌گردد که با بهره‌گیری از حداقل سازی انرژی پاسخ ضربه توسط H_2 و مقاوم بودن آن در فاز همگرایی و توانایی کنترل H_∞ در تضمین مقاوم بودن سیستم، عملکرد مطلوب سیستم حلقه بسته حاصل گردد. H_2 عمدتاً در حالت گذرا عمل و پاسخ دینامیکی را سریع می‌کند، در حالی که کنترل H_∞ عمدتاً در حالت مانا فعال بوده، نویز را کاهش داده و عملکرد تعقیب را حفظ می‌نماید. پایداری مطلق سیستم حتی اگر سیستم از یک ساختار به دیگری سوئیچ کند (از گذرا به ماندگار و بر عکس)، تضمین شده است.

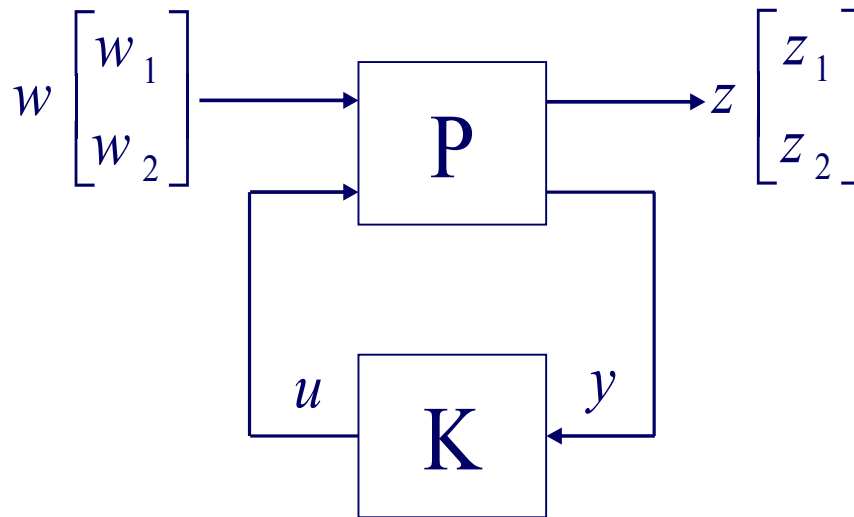
در ادامه در بخش ۲، تعریف مساله و نحوه محاسبه کنترل کننده‌های به کار رفته، ارائه شده است. در بخش ۳، سرپرست فازی و قانون کنترل پیشنهادی توصیف گردیده است. اثبات پایداری در بخش ۴ بیان و در بخش ۵، روند طراحی مشخص گردیده است. در بخش ۶ روش پیشنهادی با روش‌های قبلی مقایسه و بهبود عملکرد نشان داده شده است.

۲- تعریف مساله

سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان مینیمم فاز با بعد محدود P ، به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$P \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_w w + Bu \\ z = C_z x + D_{z_w} w + D_z u \\ y = Cx + D_w w \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ ، حالت، $w_i \in \mathbb{R}^p$ ، سیگنال ورودی خارجی یا اغتشاش، $u \in \mathbb{R}^r$ ، ورودی کنترل، $z_i \in \mathbb{R}^l$ ، سیگنال



شکل ۱- سیستم حلقه بسته

متغیرهای کنترل کننده را به شکل رابطه (۵) تغییر می‌دهیم و پس از یافتن جواب LMI ها با استدلال برعکس، متغیرهای کنترل کننده را محاسبه می‌نماییم

$$\begin{cases} \hat{A}_j := N_j \mathbf{A}_{K_j} M_j^T + N_j \mathbf{B}_{K_j} C X_j + \\ Y_j B C_{K_j} M_j^T + Y_j (A + B D_{K_j} C) X_j \\ \hat{B}_j := N_j \mathbf{B}_{K_j} + Y_j B D_{K_j} \\ \hat{C}_j := C_{K_j} M_j^T + D_{K_j} C X_j \\ \hat{D}_j := D_{K_j} \end{cases} \quad (5)$$

ابتدا لازم است M_j ، N_j و P_j یی ایجاد کنیم که (۶) را برآورده سازد. M_j و N_j باید به گونه‌ای انتخاب شوند که

$$M_j N_j^T = I - X_j Y_j \quad (6)$$

فید مشترک پایداری همه تحلیل‌ها، $P_j > 0$ ، به فید

$$\begin{bmatrix} X_j & I \\ I & Y_j \end{bmatrix} > 0$$

منجر می‌شود و همه جا در لیست سنتز LMI ها به صورت ضمنی و یا به صورت بخشی از قیود LMI باید لحاظ گردد [۴].

۲-۱- طراحی کنترل کننده H_∞

لم ۱. [۴]: سیستم (۱) را در نظر بگیرید. سیستم حلقه بسته با کنترل کننده K رابطه (۲)، به حد نرم H_∞ از پیش تعیین شده

علاوه بر محدود بودن انرژی خروجی که با نرم H_∞ قابل بیان بود، گاهی مطلوب است که ماکزیمم دامنه خروجی زیر سطح معینی باشد تا مثلاً از اشباع عملگر جلوگیری شود. اگر انرژی ورودی قابل اندازه گیری باشد، این شاخص عملکردی به نرم H_2 تعمیم یافته که به صورت زیر تعریف می‌گردد، منسجم می‌شود:

$$\|T_j\|_{2,generalized} := \sup \left\{ \|z_j(T)\| : x_{cl}(0) = 0, T \geq 0, \int_0^T \|w_j(t)\|^2 dt \leq 1 \right\}$$

که ماکزیمم دامنه سیگنال خروجی $z_j(t)$ ، روی همه ورودی‌های انرژی واحد $w_j(t)$ ، را اندازه گیری می‌کند. شاخص عملکرد H_2 ($\|T_j\|_2$) برای اهداف مود گذرا همچون محدود بودن تلاش کنترلی، فراجهدش محدود و همچنین کنترل جنبه‌های تصادفی مانند نویز اندازه‌گیری و اغتشاش تصادفی مناسب بوده و به پاسخ دینامیکی سریع و سیستم کنترلی پایدار منجر می‌گردد.

هدف، طراحی کنترل کننده کلیدزنی است که سیستم حلقه بسته را پایدار داخلی نموده و مشخصات معینی را روی کانسال‌های خاصی برآورده سازد.

برای بیان مساله به فرم نامساوی‌های ماتریسی خطی، ماتریس‌های لیاپانوف P_j ، $j = \infty, 2$ به شکل زیر را جستجو می‌کنیم:

$$P_j = \begin{bmatrix} Y_j & N_j \\ N_j^T & * \end{bmatrix}, \quad P_j^{-1} = \begin{bmatrix} X_j & M_j \\ M_j^T & * \end{bmatrix} \quad (4)$$

کنترل کننده K از رابطه (۸) با $z = 2$ محاسبه می‌گردد. نامساوی‌های بالا به صورت ماتریس‌های متقارن بوده و * را با بلوک‌هایی که از روی تقارن بدست می‌آیند، می‌توان جایگزین کرد.

۳- سرپرست فازی

سرپرست منطق فازی در بالاترین سطح عمل نموده و بر اساس عملکرد مورد نیاز در مورد کلیدزنی رفتار فعلی سیستم را مشخص نموده و میان کنترل کننده‌های با ساختار ثابت تصمیم‌گیری می‌کند کدام کنترل کننده در حلقه قرار گیرد [۲]. ایده اصلی در این گزارش، استفاده از سرپرست فازی است که به طور موثری عمل دو کنترل کننده را مدیریت نماید به گونه‌ای که ضمن تامین عملکرد مطلوب، علیرغم کلیدزنی سیستم از یک مود به مود دیگر، پایداری سیستم حفظ شود. این ساختار به ما امکان استفاده از مزایای دو کنترل کننده و حذف نقاط ضعف آنها را می‌دهد. در واقع سرپرست فازی فضای حالت را به چندین زیرفضا افرازبندی می‌نماید. کنترل کننده هر زیرحالت به گونه‌ای تعریف شده که عملکرد مطلوب مربوط به آن زیرفضا را تضمین می‌کند. قسمت مقدم سرپرست فازی، زیرفضای فعال و بخش تصمیم‌گیری آن، قانون کنترلی مربوطه را تعیین می‌کند [۲].

کنترل H_2 پاسخ دینامیکی سریع، سیستم کنترلی پایدار و تحقق ساده دارد. در عوض این استراتژی کنترلی ضعف‌هایی در حالت ماندگار دارد. تکنیک H_∞ گزینه‌ای برای تضمین مقاوم بودن و پایداری مطلق می‌باشد. به منظور بهره‌گیری از مزایای دو کنترل کننده، عمدتاً H_2 در دوره گذرا و H_∞ در حالت ماندگار به کار رفته است و اعمال کنترلی آنها با فاکتور وزنی $\alpha \in [0, 1]$ ترکیب شده است. این فاکتور، خروجی سرپرست منطق فازی است که خطای تعقیب e و مشتقات آن $\dot{e}, \ddot{e}, \dots, e^{n-1}$ را به عنوان ورودی می‌گیرد. طرح کنترل کلی روش پیشنهادی در شکل (۲) رسم شده است.

سیستم فازی از مجموعه‌ای از قوانین فازی ساخته شده که z امین آن به فرم زیر است:

If e is H_1^j And ... And e^{n-1} is H_n^j Then $\alpha = \alpha_j$
که H_i^j مجموعه فازی و α_j یک سینگلتون است.

قانون فازی به کار رفته از سیستم فازی سوگنو است. استلزام فازی از قانون ضرب استفاده کرده است. رابطه and با عملگر \min به کار رفته است در حالی که قوانین فازی با جمع جبری ترکیب شده‌اند. غیرفازی‌سازی با استفاده از روش گرانیگه انجام و مرکز ثقل توابع عضویت، خروجی را تولید می‌کند.

$0 < \gamma$ دست می‌یابد اگر و تنها اگر $X_\infty, Y_\infty, \hat{A}_\infty, \hat{B}_\infty, \hat{C}_\infty, \hat{D}_\infty$ وجود داشته باشد که در LMI زیر صدق کند:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & * & * & * \\ Z_{21} & Z_{22} & * & * \\ Z_{31} & Z_{32} & -\gamma I & * \\ Z_{41} & C_j + E_j \hat{D}_\infty C & Z_{43} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

که

$$Z_{11} = AX_\infty + X_\infty A^T + B\hat{C}_\infty + (B\hat{C}_\infty)^T$$

$$Z_{21} = \hat{A}_\infty + (A + B\hat{D}_\infty C)^T$$

$$Z_{31} = (B_j + B\hat{D}_\infty F_j)^T, Z_{41} = C_j X_\infty + E_j \hat{C}_\infty$$

$$Z_{22} = A^T Y_\infty + Y_\infty A + \hat{B}_\infty C + (\hat{B}_\infty C)^T$$

$$Z_{32} = (Y_\infty B_j + \hat{B}_j D_j)^T, Z_{43} = D_j + E_j \hat{D}_\infty F_j$$

و اگر LMI های بالا جواب داشته باشد، کنترل کننده K که سیستم را پایدار می‌سازد و عملکرد مطلوب را می‌دهد از رابطه زیر با $z = \infty$ بدست می‌آید.

$$\begin{cases} \mathbf{D}_{K_j} := \hat{\mathbf{D}}_j \\ \mathbf{C}_{K_j} := (\hat{\mathbf{C}}_j - \mathbf{D}_{K_j} \mathbf{C} X_j) M_j^{-T} \\ \mathbf{B}_{K_j} = N_j^{-1} (\hat{\mathbf{B}}_j - Y_j \mathbf{B} \mathbf{D}_{K_j}) \\ \mathbf{A}_{K_j} := N_j^{-1} (\hat{\mathbf{A}}_j - N_j \mathbf{B}_{K_j} \mathbf{C} X_j - Y_j \mathbf{B} \mathbf{C}_{K_j} X_j - Y_j \mathbf{B} \mathbf{C}_{K_j} M_j^T - Y_j (A + \mathbf{B} \mathbf{D}_{K_j} C) X_j) M_j^{-T} \end{cases} \quad (8)$$

۲-۲- طراحی کنترل کننده H_2

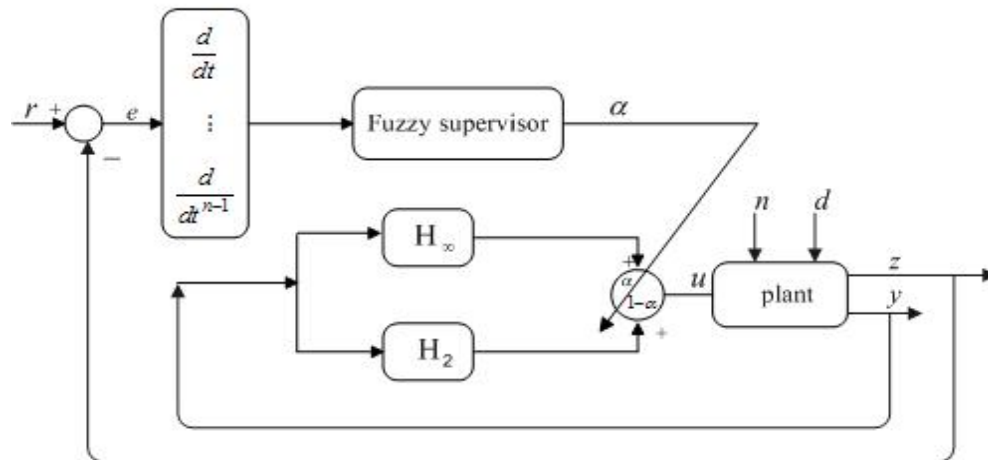
لم ۲.۴: [۴] سیستم (۱) را در نظر بگیرید. سیستم حلقه بسته با کنترل کننده فیدبک خروجی K رابطه (۲)، به حد نرم H_2 از پیش تعیین شده $0 < \nu$ می‌رسد اگر و تنها اگر $X_2, Y_2, \hat{A}_2, \hat{B}_2, \hat{C}_2, \hat{D}_2, Q$ وجود داشته باشد که در LMI های (۹) صادق باشند:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & \hat{A}_2^T + A + B\hat{D}_2 C & B_j + B\hat{D}_2 F_j \\ * & L_{22} & Y_2 B_j + \hat{B}_2 F_j \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{cases} L_{11} = AX_2 + X_2 A^T + B\hat{C}_2 + (B\hat{C}_2)^T \\ L_{22} = A^T Y_2 + Y_2 A + \hat{B}_2 C + (\hat{B}_2 C)^T \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} X_2 & I & * \\ I & Y_2 & * \\ C_j X + E_j \hat{C}_2 & C_j + E_j \hat{D}_2 C & Q \end{bmatrix} > 0,$$

$$\begin{cases} Tr(Q) < \nu \\ D_j + E_j \hat{D}_2 F_j = 0 \end{cases}$$



شکل ۲- طرح کنترل روش پیشنهادی

موقعیت سیستم در فضای حالت به طور قابل ملاحظه‌ای کم کرد. اثبات شده که افزایش اکتیو مثلثی تضمین می‌کند که در هر زمان نمونه برداری هر متغیر ورودی حداکثر با دو ترم زبانی توصیف شود [۲]. بنابراین خروجی تعریف شده با سیستم فازی با n ورودی به زیرسیستمی شامل 2^n قانون ساده می‌شود.

۴- تحلیل پایداری

از قضیه [۳] برای اثبات پایداری مطلق سیستم با قانون کنترلی (۱۱) استفاده شده است. با استفاده از کنترل کننده‌های H_2 و H_∞ ، قضیه به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

قضیه ۱: سیستم کنترل کلیدزنی منطق فازی این گزارش را در نظر بگیرید. اگر

(۱) تابع اسکالر بطور شعاعی نامحدود به طور پیوسته مشتق پذیر و مثبت معین V وجود داشته باشد.

(۲) هر زیرسیستم فازی، V منفی معین در زیرسیستم فعال قانون فازی مربوطه بدهد.

(۳) روش غیرفازی سازی جمع وزن دار، برای هر ورودی u به گونه‌ای به کار رفته باشد که

$$\min(u_{H_2}, u_{H_\infty}) \leq u \leq \max(u_{H_2}, u_{H_\infty}) \quad (12)$$

آنگاه قانون کنترل (۱۱) پایداری مطلق سیستم حلقه بسته را تضمین می‌کند.

از آنجا که توابع عضویتی که ترم‌های زبانی متغیر خروجی را تعریف می‌کنند سینگلتون هستند، خروجی سیستم فازی به صورت زیر است:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i \prod_{j=1}^n \mu_i^j}{\sum_{i=1}^m \prod_{j=1}^n \mu_i^j} \quad (10)$$

که μ_i^j درجه عضویت H_i^j و m ، تعداد قوانین فازی به کار رفته، است.

هدف سرپرست فازی تعیین فاکتور وزنی α است که نسبت مشارکت هر سیگنال کنترلی را مشخص می‌کند. در واقع زمانی که نرم خطای تعقیب e و مشتقات زمانی آن $e, \dot{e}, \dots, e^{n-1}$ کوچک باشد (نزدیک صفر)، سیستم با کنترل H_∞ کنترل می‌شود ($\alpha = 1$) و زمانی که نرم خطا و مشتقات آن بزرگ باشد، سیستم با کنترل کننده H_2 کنترل می‌شود ($\alpha = 0$). ورودی کنترلی u از رابطه‌ی

$$u = (1-\alpha)u_{H_2} + \alpha u_{H_\infty} \quad (11)$$

بدست می‌آید.

نکته: اگر تعداد قوانین زیاد باشد، با بکارگیری تکنیک‌هایی می‌توان تعداد قوانین فعال در هر لحظه نمونه برداری را با استفاده از

ملاحظه محافظه کاری روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. از طرف دیگر، چنانچه حصول شرط پایداری (۱۵) دشوار باشد، می‌توان دو کنترل کننده را با استفاده از تابع لیاپانوف مشترک طراحی نمود که در مقایسه با روش پیشنهادی به طراحی محافظه کارانه تری منجر می‌شود. اما با توجه به متفاوت بودن ساختار کنترل کننده‌ها، در مقایسه با روش‌های متداول همچنان از محافظه کاری کمتری برخوردار است. در این صورت پایداری سیستم کلیدزنی حاصل به دلیل وجود تابع لیاپانوف مشترک قابل تحقیق است.

۵- روند طراحی

به منظور کم کردن زمان محاسبه بر روی خط و ساده سازی تحقق زمان حقیقی روش پیشنهادی، طراحی شامل یک مرحله غیرهمزمان و یک مرحله بر روی خط است.

در مرحله غیرهمزمان کنترل کننده‌ها به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که معیار پایداری (۱۵) را برآورده سازند. طراحی سرپرست بر اساس اطلاعات موجود از فرآیند تحت مطالعه است. اطلاعات کافی موجود است و امکان کاهش تعداد ورودی‌ها و قوانین فازی وجود دارد. برای ساختن سرپرست فازی ابتدا مجموعه‌های فازی را برای هر ورودی (خطا و مشتقات آن) و خروجی تعریف کرده، آنگاه به بیان قوانین می‌پردازیم.

در مرحله بر روی خط بردار خطا محاسبه شده و به سرپرست داده می‌شود تا مقدار α را تعیین و سیگنال کنترل کلی را تولید نماید.

۶- شبیه‌سازی

برای اثبات قابل حل بودن LMI‌های مختلف، سادگی و محافظه کاری کم روش پیشنهادی، به سیستم سه ورودی- یک خروجی زیر اعمال شده است.

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.1010 & -0.1681 & -0.04564 & -0.1075 \\ 0.06082 & -2.1407 & -0.05578 & 0.1273 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.1179 & 0.1441 & 0.1476 \\ 0.1441 & 1.7057 & -0.7557 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

از حل نامساوی ماتریسی رابطه (۱۶)، کنترل کننده‌های H_2 و H_∞ به صورت زیر طراحی گردیده‌اند:

برآورده شدن دو شرط اول تضمین کننده وجود تابع لیاپانوف در ناحیه فعال و پایداری هر یک از زیرسیستم‌ها و شرط کافی برای تضمین پایداری مجانبی در حین گذر از کنترل H_2 به کنترل H_∞ است.

تابع لیاپانوف مربوط به کنترل کننده H_∞ ، $V_\infty = x_{cl}^T P_\infty x_{cl}$ می‌باشد که ماتریس مثبت معین P_∞ پس از محاسبه X_∞, Y_∞ از رابطه (۷)، محاسبه M_∞, N_∞ از رابطه (۶) و جایگزینی در رابطه (۴) بدست می‌آید و تابع لیاپانوف مربوط به کنترل کننده H_2 ، $V_2 = x_{cl}^T P_2 x_{cl}$ می‌باشد که ماتریس مثبت معین P_2 پس از محاسبه X_2, Y_2 از رابطه (۸)، محاسبه M_2, N_2 از رابطه (۶) و جایگزینی در رابطه (۴) بدست می‌آید. می‌دانیم:

$$x_{cl}^T P_\infty x_{cl} \leq \lambda_{\max}(P_\infty) x_{cl}^T x_{cl} \quad (13)$$

که $\lambda_{\max}(P_\infty)$ ماکزیمم مقدار ویژه P_∞ است و

$$\lambda_{\min}(P_2) x_{cl}^T x_{cl} \leq x_{cl}^T P_2 x_{cl} \quad (14)$$

که $\lambda_{\min}(P_2)$ مینیمم مقدار ویژه P_2 است.

برای برآورده شدن شرط دوم قضیه کافی است P_2, P_∞ به گونه‌ای انتخاب شوند که

$$\lambda_{\max}(P_\infty) \leq \lambda_{\min}(P_2) \quad (15)$$

تا در همسایگی حالت مانا (کنترل H_∞) مقدار تابع لیاپانوف V_2 بیشتر از V_∞ باشد.

برای تضمین شرط ۳ مقدار ترم تنظیم α در بازه [۰ و ۱] است. در نتیجه سه شرط بالا برآورده و هم پایداری مطلق و هم همگرایی خطا به صفر تضمین شده است. بنابراین فرمولاسیون مساله کنترل H_2/H_∞ کلیدزنی به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{cases} \min & \nu & \text{and} & \min & \gamma \\ \text{subject to} & (7) & & \text{subject to} & (9) \end{cases} \quad (16)$$

such that: $\lambda_{\max}(P_\infty) \leq \lambda_{\min}(P_2)$

نکته: اثبات پایداری در اینجا مشابه تئوری سیستم کلیدزنی [۳ و ۲] می‌باشد. در واقع، انرژی سیستم مربوط به کنترل کننده H_∞ کمتر از کنترل کننده H_2 است که پایداری سیستم حلقه بسته در حین گذر از H_2 به H_∞ را تضمین می‌نماید [۶].

زمانی که اغتشاش خارجی بزرگ سیستم را به مود گذرا می‌برد، طرح کنترل پیشنهادی فاکتور وزنی را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که سیستم تا بازگشت به حالت مانا پایدار بماند.

لازم به ذکر است که با مشترک در نظر گرفتن ساختار کنترل کننده‌ها و توابع لیاپانوف مربوط به آنها نتایج مربوط به روش‌های متداول کنترل H_2/H_∞ قابل محاسبه است که کاهش قابل

$$\|T\|_2 = \frac{\|y\|_\infty}{\|u\|_2} \quad (18)$$

برای مقایسه $\|T\|_2$ و $\|T\|_\infty$ کنترل کننده کلیدزنی پیشنهادی مثال بالا با $\|T\|_\infty$ و $\|T\|_2$ کنترل کننده های H_2 و H_∞ و کنترل H_2/H_∞ ، نرم-۲ و نرم- ∞ خروجی های سیستم $(\|y\|_2)$ و $(\|y\|_\infty)$ مطابق جدول (۱) با هم مقایسه گردیده اند. کنترل کننده H_2 و کنترل کننده ترکیبی در مقایسه با کنترل کننده H_∞ با هم مقایسه در مقایسه با کنترل کننده ترکیبی در مقایسه با کنترل کننده H_2 به تغییرات ملایم تر سیگنال کنترل منجر شده است. عملکرد تعقیب و مقاوم بودن نسبت به اغتشاش خارجی، توسط H_∞ در حالت مانا تامین شده است. در حقیقت کنترل پیشنهادی از مزایای H_2 و H_∞ بهره گرفته و به دینامیکی بینابین منجر گردد و علیرغم کلیدزنی سیستم از یک مود به مود دیگر، سیستم پایدار و مقاوم مانده و همگرایی خوب به مسیر مطلوب دارد.

۷- نتیجه گیری

روش برنامه ریزی محدب برای طراحی کنترل کننده کلیدزنی H_2/H_∞ ارائه شده است. شرط کافی برای وجود کنترل کننده کلیدزنی که سیستم را پایدار کند و به حد از پیش تعیین شده عملکرد برسد، ارائه گردیده است.

ایده اصلی استفاده از سرپرست فازی است که به طور موثری عمل دو کنترل کننده را مدیریت نماید به گونه ای که علیرغم کلیدزنی سیستم از یک مود به مود دیگر، سیستم پایدار و مقاوم بماند. این ساختار به ما امکان استفاده از مزایای دو کنترل کننده و حذف نقاط ضعف آنها را می دهد. در واقع H_2 عملکرد خوبی در حالت گذرا (پاسخ دینامیکی سریع و انرژی پاسخ ضربه کم) دارد در حالی که کنترل H_∞ عمدتاً در حالت ماندگار تاثیرگذار بوده، نویز و تاثیر اغتشاشات خارجی را کم می کند. این کار می تواند به بیش از دو کنترل کننده تعمیم داده شود که با سرپرستی مشابه مدیریت می شوند.

در واقع ساختار سرپرست فازی افزاینده ای است که به چندین زیر حالت را ممکن می سازد. کنترل کننده مناسب برای هر زیر حالت را می توان تعریف نمود به گونه ای که عملکرد مطلوب تضمین گردد. سرپرست فازی باید به گونه ای تغییر کند که قسمت مقدم زیرحالت ها و بخش تصمیم گیری قانون کنترلی مربوطه را تعیین نماید. از این رو سیگنال کنترلی جمع وزن دار همه کنترل کننده های به کار رفته، خواهد بود.

$$A_{K_2} = \begin{bmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.233 \times 10^{-16} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.36 \times 10^{-15} & 1 & 0 \\ 0.2588 & -0.1036 & -0.2114 & -0.0512 & -0.06617 \\ 5.888 & 0.006172 & -3.134 & -0.05921 & -1.415 \end{bmatrix}$$

$$B_{K_2} = \begin{bmatrix} 0.3125 \\ 2.233 \times 10^{-16} \\ 1.36 \times 10^{-15} \\ -1.523 \times 10^{-16} \\ -8.422 \times 10^{-17} \end{bmatrix}, D_{K_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{K_2} = \begin{bmatrix} 0.2524 & -0.002812 & -0.04165 & -0.01225 & -0.05256 \\ 2.875 & -0.02698 & -0.4844 & -0.009307 & -0.6268 \\ -1.255 & 0.01089 & 0.2132 & -0.01881 & 0.2785 \end{bmatrix}$$

$$A_{K_\infty} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2.991 & -0.1351 & -0.5798 & -0.151 & -0.4359 \\ 64.33 & -0.6639 & -11.04 & -2.014 & -9.343 \end{bmatrix}$$

$$B_{K_\infty} = \begin{bmatrix} 0.06122 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{K_\infty} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{K_\infty} = \begin{bmatrix} 15.94 & -0.1839 & -2.18 & -0.6484 & -2.245 \\ 161.5 & -1.822 & -22.33 & -5.019 & -23.11 \\ -66.95 & 0.7474 & 9.308 & 1.775 & 9.655 \end{bmatrix}$$

پاسخ پله سیستم کنترل شده با کنترل کننده پیشنهادی مثال بالا در شکل (۳) با پاسخ پله سیستم کنترل شده با کنترل کننده های H_2 و H_∞ مقایسه گردیده است. همانطور که دیده می شود کنترل کننده پیشنهادی به دینامیکی بینابین و مطلوب منجر شده است.

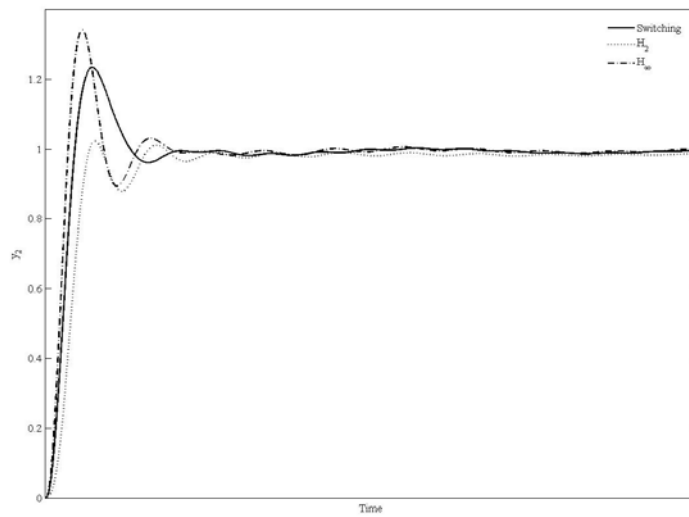
سرپرست فازی از مجموعه های فازی صفر، متوسط و بزرگ برای خطای تعقیب و مشتقات آن ساخته شده است. توابع عضویت مربوطه مثلثی هستند. برای خروجی ۵ عضو منفرد بسیار بزرگ (VL)، بزرگ (L)، متوسط (M)، کوچک (S) و صفر (Z) به ترتیب مربوط به ۱ و ۰/۷۵ و ۰/۵ و ۰/۲۵ و ۰ در نظر گرفته شده است. مجموعه ها و قوانین فازی در شکل (۴) آمده اند. قوانین با یک جدول تعریف شده اند مثلاً یکی از قوانین جدول به صورت زیر قابل بیان است: «اگر نرم خطا متوسط و نرم مشتق خطا زیاد باشد، آنگاه α صفر است.»

از آنجا که

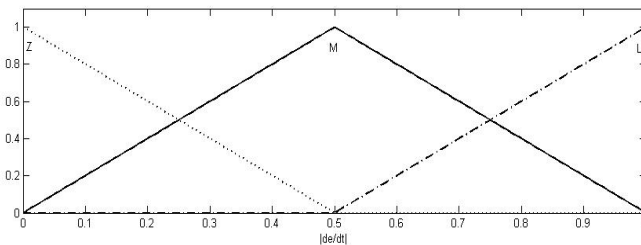
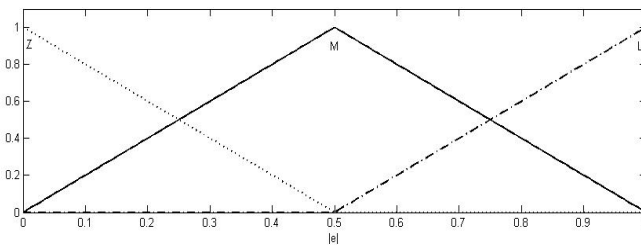
$$\|T\|_\infty = \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} \quad (17)$$

جدول ۱- مقایسه نرم- ۲ و نرم- ∞ خروجی‌های سیستم

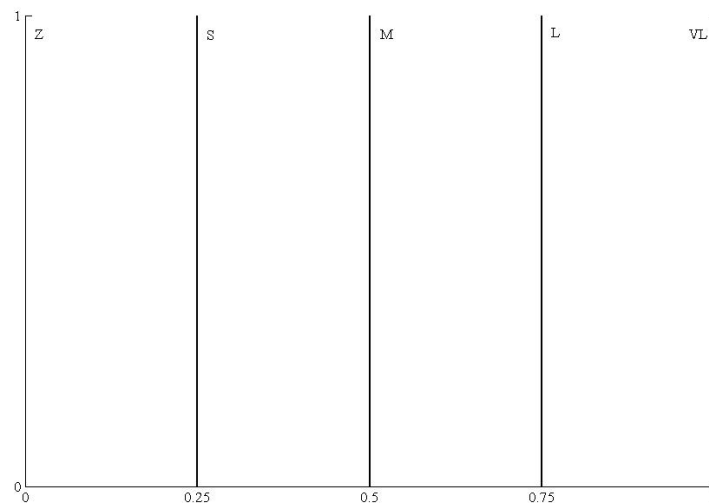
$\ y\ _{\infty}$	$\ y\ _2$	
۱/۴۳۵۹	۸۵/۵۲۴۹	کنترل کننده پیشنهادی
۱/۴۳۱۱	۸۵/۷۳۴۶	کنترل کننده H_2
۱/۴۳۹۳	۸۵/۴۱۷۷	کنترل کننده H_{∞}
۱/۴۳۷۵	۸۵/۶۸۱۹	کنترل کننده H_2/H_{∞} متداول [۷]



شکل ۳- مقایسه خروجی‌های سیستم کنترل شده با کنترل کننده‌های H_2 و H_{∞} و کنترل کننده پیشنهادی



$ de/dt $				
$\bar{\psi}$		Z	M	L
	Z	VL	L	M
	M	S	S	Z
	L	Z	Z	Z



شکل ۴- ساختار سرپرست فازی پیشنهادی

supervisor for a multi variable Multiple controller," IEEE, 2007.

- [6] D. Liberzon, "Switching in Systems and Control," Birkhauser, Boston, MA, 2003.
- [7] M. Gh. Moghadam, F. Jamshidi, M. T. H. Beheshti, "An LMI Approach to Mixed H_2/H_∞ Synthesis via Dynamic Output-Feedback for Active Magnetic Bearing," International Conference on Advanced Computer Control (ICACC), Singapore, Jan. 2009, to be published in IEEE proceeding.

۹- پی نوشتها

1 - Linear Matrix Inequality (LMI)

۸- مراجع

- [1] W. Zhang, Y. Huang, L. Xie, "Infinite horizon stochastic H_2/H_∞ control for discrete-time systems with state and disturbance dependent noise," Automatica (2008), doi: 10.1016/j.automatica.2008.01.028.
- [2] .N. Essounbouli, N. Manamanni, A. Hamzaoui, J. Zaytoon, "Synthesis of switching controllers: A fuzzy supervisor approach," Nonlinear Analysis 65, 2006, pp. 1689-1704.
- [3] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, G.P. Matthews, "Variable structure control of non-linear multivariable systems: A tutorial," Proc. IEEE 76, pp. 212-232, 1988.
- [4] C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali, "Multiobjective output-feedback Control via LMI optimization," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 42, No. 7, pp. 896-911, July 1997.
- [5] R. A. Abdullah, A. Hussain, M. M. Polycarpou, "Fuzzy logic based switching and tuning